

De kleine Wiskunde voor Dummies

Mary Jane Sterling



BBNC
uitgevers

Amersfoort, 2016

Inhoud

.....

Inleiding	9
Hoofdstuk 1: Rekenen met getallen en letters	15
De symbolen ontcijferen	15
Groeperen	19
Positieve en negatieve getallen	19
De positieve getallen er uitpikken	20
Negatieve getallen zijn zo slecht nog niet	20
Positieve en negatieve getallen vergelijken	21
Focus op nul	21
Bewerkingen op getallen met een voorteken	22
Getallen met hetzelfde voorteken optellen	22
Getallen met verschillende voortekens optellen en aftrekken	23
Getallen met een voorteken vermenigvuldigen en delen	25
Hoofdstuk 2: Breuken en decimalen	27
Getallen uit elkaar pluizen en weer in elkaar zetten	27
Een buiging voor echte breuken	28
Kennismaken met onechte breuken	29
Alles door elkaar met gemengde getallen	29
Breuken vereenvoudigen	30
Uitzoeken welke breuken gelijkwaardig zijn	30
Realiseer je waarom kleiner beter is	31
Breuken bij elkaar laten passen	32
Breuken gelijknamig maken	32
Breuken aan het werk	34
Breuken optellen en aftrekken	34
Breuken vermenigvuldigen	35
Breuken delen	38
Hoe ga je om met decimalen?	39

Hoofdstuk 3: Exponenten en wortels	41
Hetzelfde telkens weer vermenigvuldigen	42
De exponentiële notatie aan de macht	43
Exponenten vermenigvuldigen	44
Verdelen en heersen	45
De macht van nul	46
Negatieve exponenten	47
Machten van machten	48
De vierkantswortel	49
Bewerkingen in de goede volgorde zetten	52
Antwoorden begrijpelijk opschrijven	56
Hoofdstuk 4: Klaar voor de start	57
Enkele beperkingen	57
Getallen met letters weergeven	58
Factoren en coëfficiënten	58
Het rekenen kan beginnen	61
Variabelen optellen en aftrekken	61
Optellen en aftrekken met machten	63
Variabelen vermenigvuldigen en delen	64
Variabelen vermenigvuldigen	64
Variabelen delen	65
Hoofdstuk 5: Eerlijk verdelen: haakjes wegwerken	67
Geef ieder er één	67
Eerst haakjes wegwerken	69
Eerst optellen	69
Voortekens en haakjes wegwerken	70
Positieve voortekens en haakjes wegwerken	70
Negatieve voortekens en haakjes wegwerken	71
De rollen omdraaien bij het wegwerken van haakjes	72
Getallen en variabelen door elkaar	73
Haakjes wegwerken met negatieve getallen buiten haakjes	74
Haakjes wegwerken met tweetermen	75

Hoofdstuk 6: Ontbinden in factoren	77
Ontbinden in factoren	77
Getallen buiten haakjes halen	78
Variabelen buiten haakjes halen	80
Combinaties van getallen en variabelen	81
Kwadratische uitdrukkingen	83
Grote getallen de baas zijn	84
Tweetermen vermenigvuldigen	85
Vermenigvuldigen met de papegaaibek	86
Hoofdstuk 7: Op één lijn met lineaire vergelijkingen	89
Oplossen door te delen	89
Oplossen door te vermenigvuldigen	91
Lineaire vergelijkingen oplossen	91
Vergelijkingen in evenwicht houden	92
Speel het spel volgens de regels	92
Vereenvoudigen om het simpel te houden	93
Evenwicht bewaren door op te tellen	95
Eerst optellen of eerst delen	96
Eerst haakjes wegwerken of eerst delen	97
Breuken in evenwicht houden	100
Kruislings vermenigvuldigen	100
Breuken laten staan	101
Kwadratische vergelijkingen: de abc-formule	105
Hoofdstuk 8: Ongelijkheden vaststellen	109
Bewerkingen uitvoeren op ongelijkheden	109
Ongelijkheden optellen en aftrekken	110
Ongelijkheden vermenigvuldigen en delen	112
Lineaire ongelijkheden oplossen	114
Hoofdstuk 9: Stoeien met formules	117
Meten: de stelling van Pythagoras aan het werk	117
Metten: een omtrekkende beweging	120
Driehoeken	120
Vierkanten	121
Rechthoeken	122
Cirkels	123

Uitgespreid: formules om oppervlakten te bepalen	124
Rechthoeken en vierkanten afmeten.	125
Driehoeken	126
Cirkels	127
Hoofdstuk 10: Wiskunde zichtbaar maken: grafieken	129
Grafieken zijn goed	130
Spelen met grafieken	131
Een punt maken	133
Getalparen ordenen, oftewel coördinaten coördineren	133
Punten uitzetten in een assenstelsel.	135
Een lijn uitzetten in een assenstelsel	136
De grafiek van een lineaire vergelijking tekenen	137
Snijpunten met de assen zoeken	140
De helling overwinnen	141
De helling bepalen	143
Snijpunten en helling combineren	145
Een lijn uitdrukken als $y = mx + b$	146
In de bocht met parabolen	146
Experimenteren met de standaardparabool	147
De algemene vorm van een parabool formuleren	148
Hoofdstuk 11: Tien tips om vraagstukken op te lossen	151
Teken een plaatje	151
Maak een lijstje.	152
Gebruik variabelen om getallen voor te stellen.	152
Van vraagstuk naar vergelijking	152
Kijk naar de laatste zin	153
Zoek een formule	153
Vereenvoudig door te substitueren.	154
Los een vergelijking op	154
Controleer of het antwoord realistisch is	154
Controleer het antwoord in detail.	154
Index	155

Inleiding

Even eerlijk zeggen: had je vanochtend toen je opstond gedacht dat je nu de inleiding van een boek over wiskunde, en over algebra in het bijzonder, zou zitten te lezen? Ik ben in ieder geval blij dat je dit leest, maar waarom eigenlijk? Eén van de meest gestelde vragen tijdens de wiskundeles luidt: 'Waar is dit nu goed voor?' Sommige leraren zijn in staat hierop een goed en overtuigend antwoord te geven. Andere staren naar de grond en draaien er maar wat omheen. Mijn favoriete antwoord luidt: 'Algebra geeft je macht.' Algebra geeft je de macht om je met grotere dingen binnen de wiskunde bezig te houden. Algebra geeft je het gevoel dat jij iets weet wat je buurman niet weet. Het stelt je ook in staat een ander te helpen met wiskundige problemen of de logica van wiskundige methoden uit te leggen. Het is een systeem van regels en symbolen dat universeel begrepen wordt, wat de gesproken taal ook is.

Dit boekje is niet geschreven als een detectiveroman met de clou aan het eind; je hoeft het niet van begin tot eind te lezen. Je kunt gewoon even spieken hoe het boek eindigt, zonder de rest van het verhaal te verpesten. Dit boek is verdeeld in een aantal algemene onderwerpen, van de grondbeginselen tot belangrijke methoden zoals het ontbinden in factoren, vergelijkingen en grafieken. Ik heb geprobeerd veel voorbeelden te gebruiken, telkens weer een beetje anders, om zo elke keer een iets andere draai aan het onderwerp te geven. Om je te helpen deze voorbeelden goed te begrijpen worden ze stuk voor stuk duidelijk uitgelegd. Het taalgebruik in dit boek is zowel begrijpelijk als wiskundig correct. Ik hoop dat je naast het hoe, het waarom zult leren. Vaak is het makkelijker iets te onthouden als je begrijpt waarom het zo werkt, dan wanneer je een betekenisloze volgorde van te doorlopen stappen uit je hoofd leert.

Over dit boek

Als je hulp kunt gebruiken met de basisregels van de algebra, dan kun je deze informatie in de eerste drie hoofdstukken van het boek vinden. Je kunt deze basisregels zien als de recepten die een kok nodig heeft. Je kunt geen soufflé bereiden zonder te weten dat je de eieren moet kloppen en dat je de oven op 200 graden moet zetten. Een goede voorbereiding is de basis voor het succes later. Het kan natuurlijk zijn dat je deze basisvaardigheden al onder de knie hebt. Fantastisch!

Na hoofdstuk 4 en 5 over variabelen en het wegwerken van haakjes, besteed ik in hoofdstuk 6 aandacht aan het ontbinden in factoren. In feite is dat niet veel meer dan het uiterlijk van een vergelijking veranderen. En in de ontbonden vorm wordt alles met elkaar vermenigvuldigd. Kijk maar eens welke van de technieken om te ontbinden in factoren je zou moeten opruimen als je in de problemen komt met het oplossen van opgaven. En nu vraag je je misschien af waar de vergelijkingen blijven. Wees gerust, die komen in hoofdstuk 7 uitgebreid aan bod.

Verder is geen wiskundeboek compleet zonder te spreken over wiskundige toepassingen. Die vind je dan ook in hoofdstuk 9, waar een aantal veelvoorkomende formules worden besproken. In hoofdstuk 10 maken we de wiskunde zichtbaar, en dat doe je natuurlijk met behulp van grafieken. Tot slot is geen enkel *Voor Dummies*-boek compleet zonder een handige top 10-lijst. Daarom vind je in hoofdstuk 11 tien tips om lastige wiskundige vraagstukken op te lossen.

Goede gewoonten

Je zult twee manieren tegenkomen om getallen weer te geven: in de beschrijvingen worden getallen onder de twintig en wiskundige bewerkingen (plusteken, minteken enzovoort) voluit geschreven. In sommen en voorbeelden gebruik ik echter de cijfers en symbolen. Dat is meestal makkelijker te lezen. Specifieke wiskundige termen worden schuingedrukt en uitgelegd. Om dingen duidelijk te maken,

geef ik instructies vaak stap voor stap. Eerst leg ik dan de stappen in het algemeen uit en die licht ik vervolgens toe aan de hand van een aantal voorbeelden, zodat je een goed beeld krijgt van hoe de stappen in verschillende situaties gebruikt worden.

Let op deze pictogrammen

De rare kleine tekeningetjes die je in de kantlijn van dit boek ziet, maken je attent op bepaalde stukken tekst. De pictogrammen die ik in dit boek gebruik, zijn:



Dit zijn de basisregels van de wiskunde (of van de algebra in het bijzonder), die je in acht moet nemen om ervoor te zorgen dat alles klopt. Je kunt ze eenvoudigweg niet veranderen of negeren.



In deze paragrafen, vaak in grijze kaderteksten, kom je feitjes tegen die je misschien interessant vindt, maar die je verder niet hoeft te weten. Deze weetjes zijn onbelangrijk, maar ze maken de wiskunde wat minder onpersoonlijk en abstract.



Deze paragrafen verduidelijken een symbool of een methode. Soms bespreek ik het onderwerp ook in een ander deel van het boek, of soms herinner ik je alleen aan een algemene wiskundige regel. Als het al een tijdje geleden is dat je naar school bent geweest, kom je er misschien achter dat de naam van sommige methoden is veranderd.



Hier vind je een definitie of een verduidelijking van een bepaalde stap in een methode, een technische term of een uitdrukking.



De informatie die je naast dit pictogram vindt, is niet van levensbelang, maar kan wel helpen het leven wat gemakkelijker te maken. Dat wil zeggen, je leven in de wiskunde althans.



Dit pictogram waarschuwt je voor iets wat erg lastig kan zijn. Er worden veel fouten gemaakt bij de methode of het onderwerp dat naast dit pictogram besproken wordt. Vandaar dat ik je op deze manier om extra aandacht vraag.

Vreemde veronderstellingen

Ik ga er niet van uit dat je net zo gek bent op wiskunde als ik; misschien ben je er nog wel gekker op! Ik ga er wel van uit dat je een doel voor ogen hebt; je vaardigheden wat bijspijkeren, je geheugen wat opfrissen of gewoon een leuk boekje lezen. Ik neem ook aan dat je al wel eens wat ervaring hebt opgedaan met wiskunde. Een jaartje wiskunde op school bijvoorbeeld, of misschien een cursus die je lang geleden hebt gevolgd, of misschien ben je alleen met enkele concepten in aanraking gekomen. Als je in Nederland of België naar school bent geweest, heb je waarschijnlijk algebra gehad in de lessen wiskunde. Waarschijnlijk kun je net als ik ook nog wel je eerste (of enige) wiskundeleraar herinneren. Ik herinner me nog wel dat Meneer Schaffelaar zei: 'Dit is een n .' Mijn hele wereld van getallen die ik kende stortte plotseling in elkaar. Misschien verdiep je je nu opnieuw in de wiskunde om die lang geleden opgedane kennis weer wat op te frissen. Welkom in de wereld van de wiskunde! Geniet ervan!

Hoofdstuk 1

Rekenen met getallen en letters

In dit hoofdstuk:

- ▶ De basiseenheden: getallen
 - ▶ De belangrijkste spelers: variabelen en tekens
 - ▶ Negatieve en positieve getallen
 - ▶ Wat doe je met getallen met een voortekens?
-

Laten we eerst even stilstaan bij de vraag wat algebra eigenlijk precies is. In een notendop is *algebra* een algemenere manier om de rekenkunde uit te drukken. Door gebruik te maken van variabelen, die elke willekeurige waarde kunnen aannemen in een formule, kunnen deze algemene formules toegepast worden op alle getallen. De algebra gebruikt positieve en negatieve getallen, gehele getallen, breuken, operatoren en symbolen om de relaties tussen waarden te analyseren. Het is een systematische benadering om de relaties tussen getallen weer te geven en daarbij geldt een aantal specifieke regels.

De symbolen ontcijferen

De bouwstenen van de algebra worden uitgedrukt in symbolen. De algebra gebruikt symbolen voor hoeveelheden, bewerkingen,

verbanden of verzamelingen. De symbolen zijn een verkorte notatie en zijn veel handiger in gebruik dan het uitschrijven van hun betekenis in woorden. Maar je moet natuurlijk wel weten wat de symbolen betekenen en de volgende lijst vertelt je dat.

- ✔ + betekent *optellen, plus of vermeerderd met*; het resultaat van de optelling wordt de *som* genoemd.
- ✔ – betekent *afrekken, min, of verminderd met*; het resultaat wordt het *verschil* genoemd.
- ✔ \times betekent *vermenigvuldigen, maal, of keer*. De waarden die met elkaar vermenigvuldigd worden, worden *factoren* genoemd: het resultaat wordt het *product* genoemd. Andere symbolen die voor vermenigvuldiging worden gebruikt, zijn haakjes zoals $()$, $[\]$, $\{ \}$ en ook \cdot en $*$. Het symbool \times wordt in de wiskunde niet zo vaak gebruikt omdat het gemakkelijk verward wordt met de variabele x . De punt is wel populair, omdat die makkelijk te schrijven is. De haakjes gebruik je wanneer je met verschillende termen of met een ingewikkelde uitdrukking werkt. Op zichzelf hebben de haakjes niet de betekenis van vermenigvuldiging, maar als je er een waarde voor zet, betekent dat dat je moet vermenigvuldigen. Blader verder naar de paragraaf ‘Groeperen’ voor meer informatie over het gebruik van haakjes.
- ✔ \div betekent *delen door*. Het getal in de *noemer* is de *deler*. Het resultaat wordt het *quotiënt* genoemd. Andere symbolen die delen aangeven zijn de deelstreep en het schuine streepje (solidus), $/$.
- ✔ $\sqrt{\quad}$ betekent de *vierkantswortel* trekken (ook vaak gewoon worteltrekken genoemd) uit een getal: dat wil zeggen, het getal vinden dat vermenigvuldigd met zichzelf het getal onder het wortelteken geeft (zie hoofdstuk 3 voor meer over vierkantswortels).
- ✔ $\|$ betekent het bepalen van de absolute waarde van een getal. Dit is het getal zelf of de afstand van het getal tot nul op de getallijn.